

Populační prognózy České republiky vs. realita – zhodnocení přesnosti pomocí Keyfitzova indexu kvality predikce

Population Prognoses of the Czech Republic vs. Reality – Accuracy Evaluation Through the Use of the Keyfitz's Quality of Prediction Index

Luděk Šídlo, Klára Tesárková

Abstract:

Population prognoses are becoming more important because of the fact of necessity of planning the economic and social development and the effort of estimating the human capital of the society. The goal of this paper is to make the basic comparison of the accuracy of selected population prognoses and their variants in past few years using some simple analytical methods. The compared prognoses were published by the Czech Statistical Office (ČSÚ), Eurostat, the United Nations and a prognosis made by Dr. Burcin and Dr. Kučera (Faculty of Science, Charles University in Prague). The first part of the paper is about the comparison of the forecasted values with the real figures published by the Czech Statistical Office. In the second part the Keyfitz's Quality of Prediction Index was used. Counted values of this Index are presented for the whole population and also for selected age-groups. The results confirm better accuracy of the Czech prognoses (rather than of foreign ones) and also the growth of inaccuracy caused by the unexpected demographic development in past few years.

Keywords:

Population prognoses, population development, accuracy evaluation, Keyfitz's Quality of prediction index, age groups, Czech Republic

Klíčová slova:

Populační prognózy, populační vývoj, hodnocení přesnosti, Keyfitzův index kvality predikce, věkové skupiny, Česká republika

Úvod

Proces demografického stárnutí je pojem v posledních letech často skloňovaný. Většinou se s ním pojí i otázky budoucího vývoje v oblasti sociální a ekonomické, konkrétně pak udržitelnosti takového vývoje. Populační prognózy se tak staly nástrojem nezbytným k přípravám odhadů vztahujících se k jednotlivým oblastem veřejného života.

Pro případné uživatele je v současnosti k dispozici několik různých prognóz populačního vývoje České republiky. Některé jsou vytvořeny českými autory, jiné pochází z mezinárodních organizací. Tyto prognózy se mezi sebou liší nejen z hlediska vstupních parametrů, ale také dobou, která uplynula od jejich zveřejnění či mírou jejich odchýlení od skutečně vykazovaných počtů obyvatel již v prvních letech po přípravě prognózy. Následující text se snaží stručnou a jednoduchou formou poskytnout základní představu o přesnosti vybraných prognóz na základě jejich odchylek od vykazovaných počtů, ve druhé části je pak míra přesnosti měřena pomocí jednoduchého analytického nástroje, Keyfitzova indexu kvality predikce.

Prognózy České republiky vhodné pro zhodnocení jejich přesnosti

Zájemci o populační prognózy České republiky mohou získat výsledky prognóz hned z několika zdrojů. Prvním autorem, resp. institucí, která připadá logicky v úvahu, je Český statistický úřad (ČSÚ) a jeho oficiální prognóza z roku 2003 ve třech základních variantách s horizontem prognózy v roce 2050. Druhým možným okruhem prognóz jsou ty, které jsou zpracovány na akademické půdě – v České republice lze najít dvě takové pracoviště, která

v posledních letech publikovala své vlastní prognózy. Prvním z nich je katedra demografie a geodemografie Přírodovědecké fakulty UK v Praze, kde se tvorbou populačních prognóz zabývají především autoři Burcin a Kučera – právě od těchto autorů pochází z roku 2003¹ prognóza obyvatelstva do roku 2065, která je další vstupující prognózou do předkládaného hodnocení, a to ve všech svých třech variantách – střední, nízké a vysoké (pro další práci v textu bude použita zkratka B&K). Dalším akademickým pracovištěm je katedra demografie na VŠE, která v roce 2007 publikovala v rámci projektu RELIK („Reprodukce lidského kapitálu“ na kterém spolupracuje s ÚIV²) prognózu obyvatelstva České republiky do roku 2050, a to ve dvou scénářích – jednou je upravená střední varianta prognózy ČSÚ (aktualizované, novější vstupní proměnné) a druhá vychází z předpokladu, že demografické chování české populace bude více či méně kopírovat demografické chování populace Nizozemska. S ohledem na rok sestavení této prognózy (2006) nelze použít tuto prognózu pro zhodnocení přesnosti prognóz z důvodu krátkého časového odstavu mezi časem sestavení a tohoto hodnocení.

Dalším, a nejspíše také posledním relevantním možným zdrojem prognóz České republiky, jsou prognózy zpracované zahraničními institucemi – zde se nabízí např. prognózy Eurostatu a OSN. Eurostat v roce 2008 zveřejnil prognózu EUROPOP2008 s horizontem v roce 2060, a to prozatím v jedné, základní variantě. Pro zhodnocení přesnosti však bude v dalším textu pracováno s předchozí prognózou z roku 2004 – EUROPOP2004 – která byla projektována do roku 2050 a publikována ve třech základních variantách (baseline, low, high). Stejný postup, tj. zanalyzování nikoliv aktuální, ale předchozí možné prognózy, byl zvolen také u OSN. Populační divize OSN sestavuje tzv. World Population Prospects a v určitých intervalech je aktualizuje v rámci tzv. revizí. Ačkoliv je v současné době aktuální revize 2006, v následujícím textu bude pracováno s předchozí revizí z roku 2002 (zkratka WPP2002), a to právě v důsledku potřeby časového odstavu mezi dobou sestavení a dobou hodnocení její přesnosti. V rámci této revize bylo pracováno hned s několika variantami, které se však z větší části blíží svou povahou spíše projekcím než prognózám. Proto byla vybrána pro souhrnné hodnocení pouze střední varianta (medium) předpokládaného vývoje, pro analytické hodnocení přesnosti pak přibyly ještě některé další varianty (vysoká, nízká a varianta vysoké plodnosti).

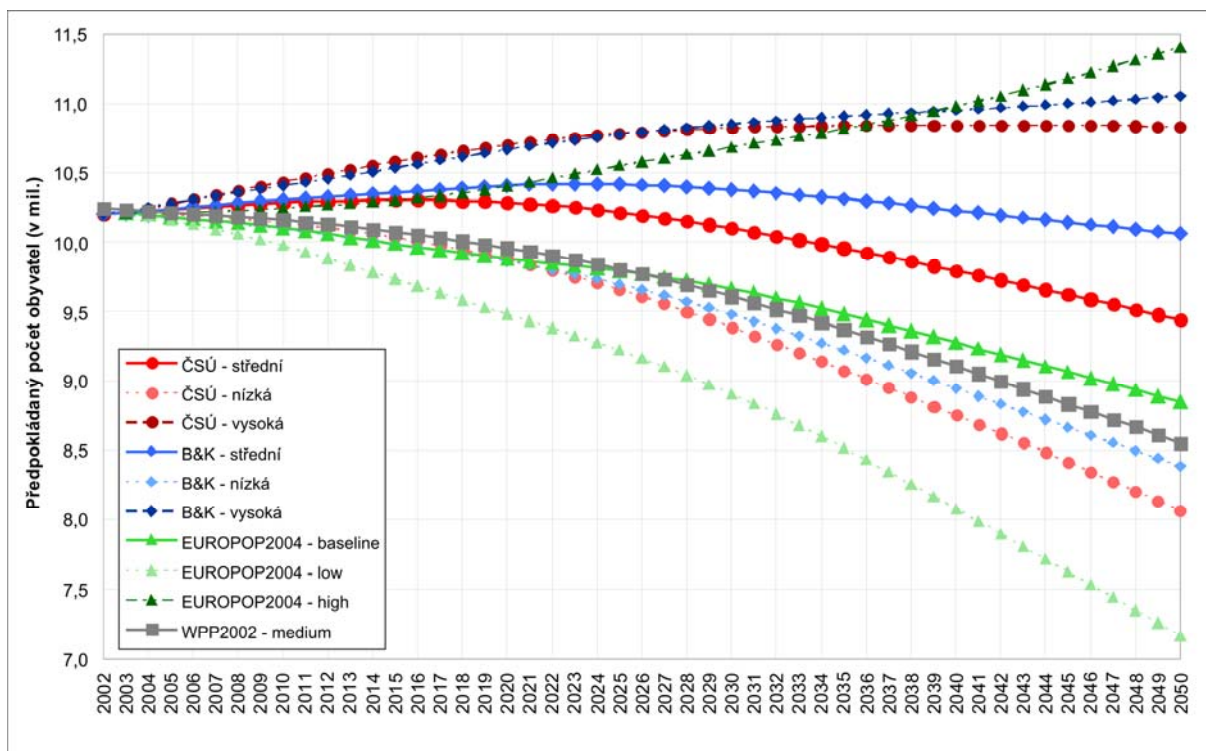
Prognózované vs. vykazované hodnoty počtu obyvatel České republiky

Studované prognózy, resp. jejich jednotlivé varianty, mohou při pouhém vizuálním porovnání ne příliš (demograficky) orientovanému uživateli způsobit značné nejistoty o věrohodnosti těchto prognóz. Pro „normálního“ uživatele je tak důležité, kolik obyvatel bude mít Česká republika, nikoliv to, s jakými parametry bylo do jednotlivých variant vstupováno, jak moc se liší mezi jednotlivými scénáři předpokládané intenzity plodnosti a úmrtnosti či jaké migrační saldo daná varianta uvažuje. Z tohoto pohledu tak bude přístupováno i v tomto článku, kdy budou porovnány nejprve absolutní odchylky jednotlivých variant nejen mezi sebou v dlouhodobém hledisku, ale především odchylky od skutečného, resp. Českým statistickým úřadem vykazovaného vývoje počtu obyvatelstva v několika málo posledních letech.

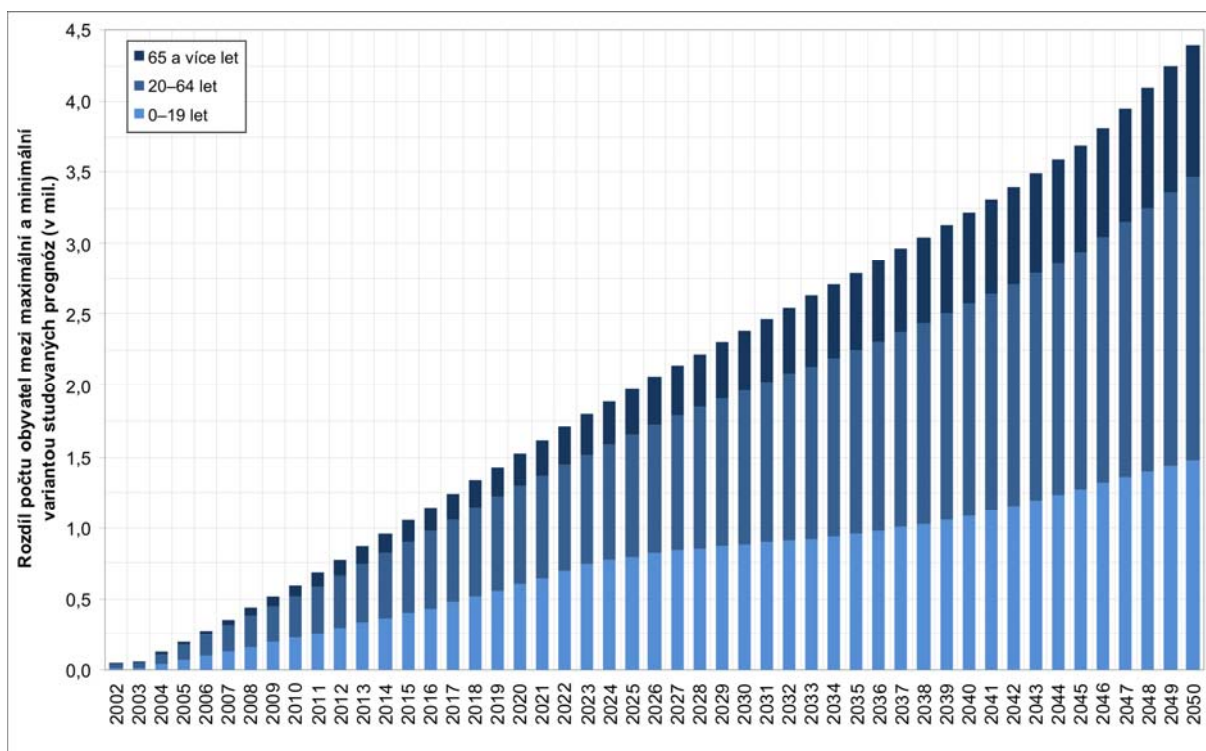
Podle jednotlivých variant studovaných prognóz by Česká republika mohla mít v roce 2050 více než 11 mil. obyvatel (EUROPOP2004, varianta high; B&K vysoká varianta), ale také jen něco málo přes 7 mil. obyvatel (EUROPOP2004, varianta low). Rozdíl více než 4 mil. obyvatel je poměrně značný a vychází z kumulativních odchylek z předchozích let. Již v současné době, v roce 2008, činí rozdíl počtu obyvatel mezi jednotlivými variantami více než 300 tis. obyvatel; v roce 2018 již přesahuje 1 mil. obyvatel, v roce 2031 přesáhne hranici 2 mil., aby o dalších deset let překročil hranici 4 mil. rozdílu v počtu prognózovaného obyvatelstva.

¹ resp. revidovaná, nepublikovaná verze z roku 2004, která se nepatrně lišila jen ve zpřesnění parametru úmrtnosti v nejvyšších věcích

² ÚIV = Ústav pro informace ve vzdělávání



Obr. 1: Předpokládaný vývoj počtu obyvatelstva do roku 2050 podle jednotlivých variant studovaných populačních prognóz České republiky

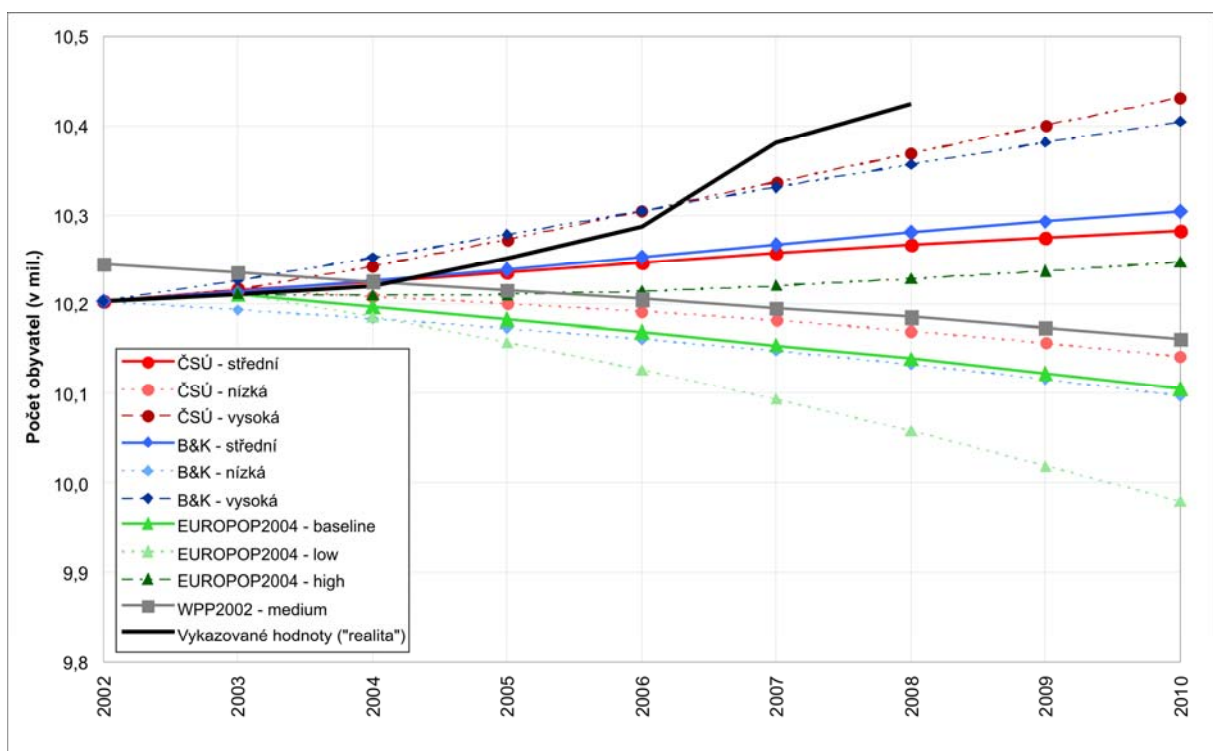


Obr. 2: Absolutní odchylky počtu obyvatelstva populačních prognóz České republiky mezi maximální a minimální variantou v jednotlivých letech, strukturované podle hlavních věkových skupin

Jak se s takovými rozdíly má vypořádat běžný uživatel, který potřebuje na základě populačních prognóz vytvořit krátkodobou či střednědobou strategii? V takových případech je

dobré sledovat také odlišnosti v hlavních věkových kategoriích, aby vznikla lepší představa, kde vznikají největší odchylky v prognózovaném počtu obyvatelstva. Z obrázku č. 2 je patrné, že vzniklé rozdíly se v absolutních číslech netýkají ani tak nejstarších osob (jejichž prognózování je značně jednodušší vzhledem k relativně stabilnímu vývoji zlepšování úmrtnostních poměrů a jejich aplikaci na již žijící osoby), ale především osob v produktivním a předproduktivním věku. To je dáno především těžko odhadnutelným vývojem porodnosti, kdy jednotlivé varianty se značně liší v předpokladech o pravděpodobném vývoji úhrnné plodnosti (tj. počet dětí na jednu ženu, který by se měl dle jednotlivých variant v roce 2050 pohybovat v rozsahu od 1,4 do 1,8 dítěte), ale také migrace, kdy předpokládané roční migrační saldo mezi jednotlivými variantami se liší až v řádu desítek tisíc osob.

Odchylky mezi jednotlivými variantami jsou jednou stranou problému. Běžného uživatele však napadne otázka, která z dostupných prognóz je nejbližší k realitě, resp. která varianta se nejvíce blíží současnému počtu (a struktuře) obyvatelstva. Jak už bylo řečeno, tak již v roce 2008 činí rozdíl mezi jednotlivými variantami co do počtu obyvatel více než 300 tis. osob. Je však nutné podotknout, že současný počet obyvatel (10,381 mil. k 31. 12. 2007, resp. 10,424 mil. k 1. 7. 2008) se pohybuje i nad tou neoptimističtější variantou (ČSÚ – vysoká varianta ke konci roku 2007 předpokládala 10,337 mil. osob). Absolutní odchylky od aktuálního počtu obyvatelstva s nejvíce používanými středními variantami vývoje se tak pohybují kolem hodnoty 150 tis. osob u „českých“ prognóz ČSÚ a B&K, zatímco u „cizích“ prognóz EUROPOP2004 a WPP2006 je tento rozdíl o přibližně 100 tisíc osob vyšší.

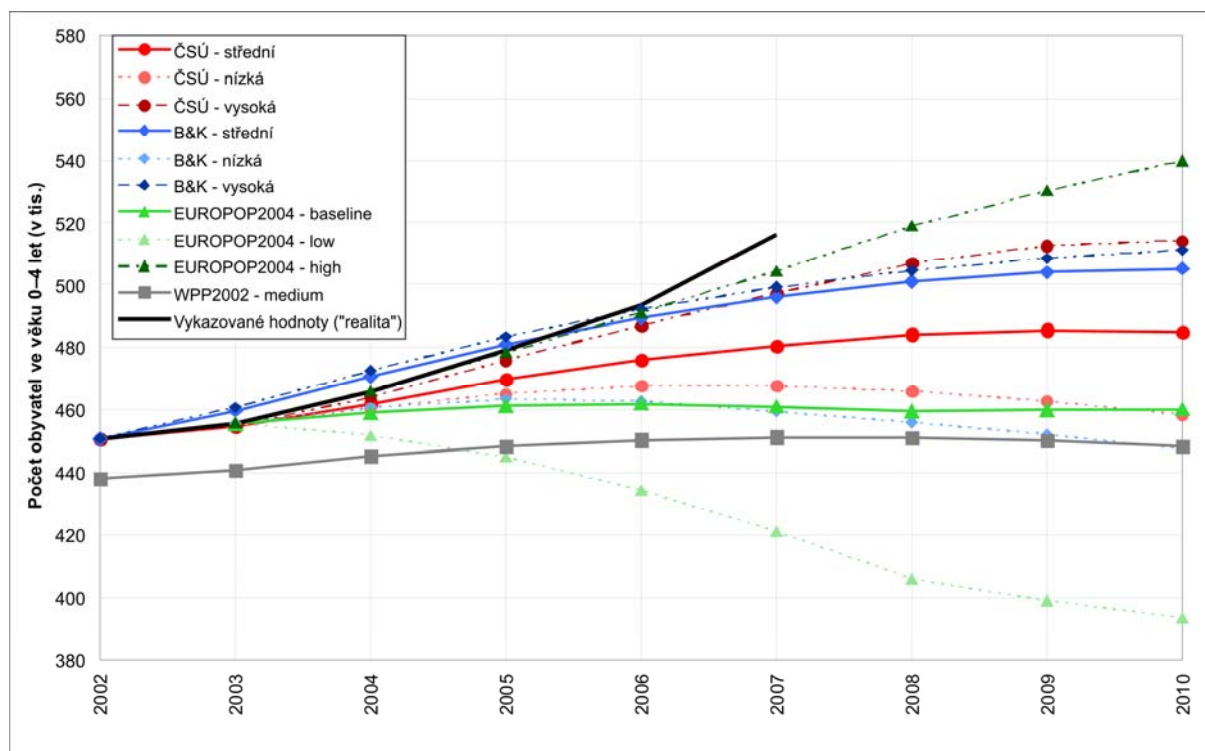


Obr. 3: Srovnání předpokládaného počtu obyvatel k 31. 12. každého roku dle jednotlivých variant studovaných prognóz a vykazovaných hodnot (realita)

Poznámka: Počet obyvatel v roce 2008 u řady Vykazované hodnoty („realita“) odpovídá 1. 7. 2008

Jak je patrné z obr. č. 3, současný zvýšený počet obyvatelstva nepředpokládala žádná varianta populační prognózy. Přírůstek počtu osob v roce 2007 (téměř 94 tis. obyvatel), který byl z necelých 90 % tvořen kladným migračním saldem, tak překvapil nejen laickou, ale také (resp. spíše) odbornou veřejnost, přičemž lze konstatovat, že trend zvýšeného přírůstku obyvatelstva bude v následujících letech pravděpodobně pokračovat. Jak bylo poznamenáno,

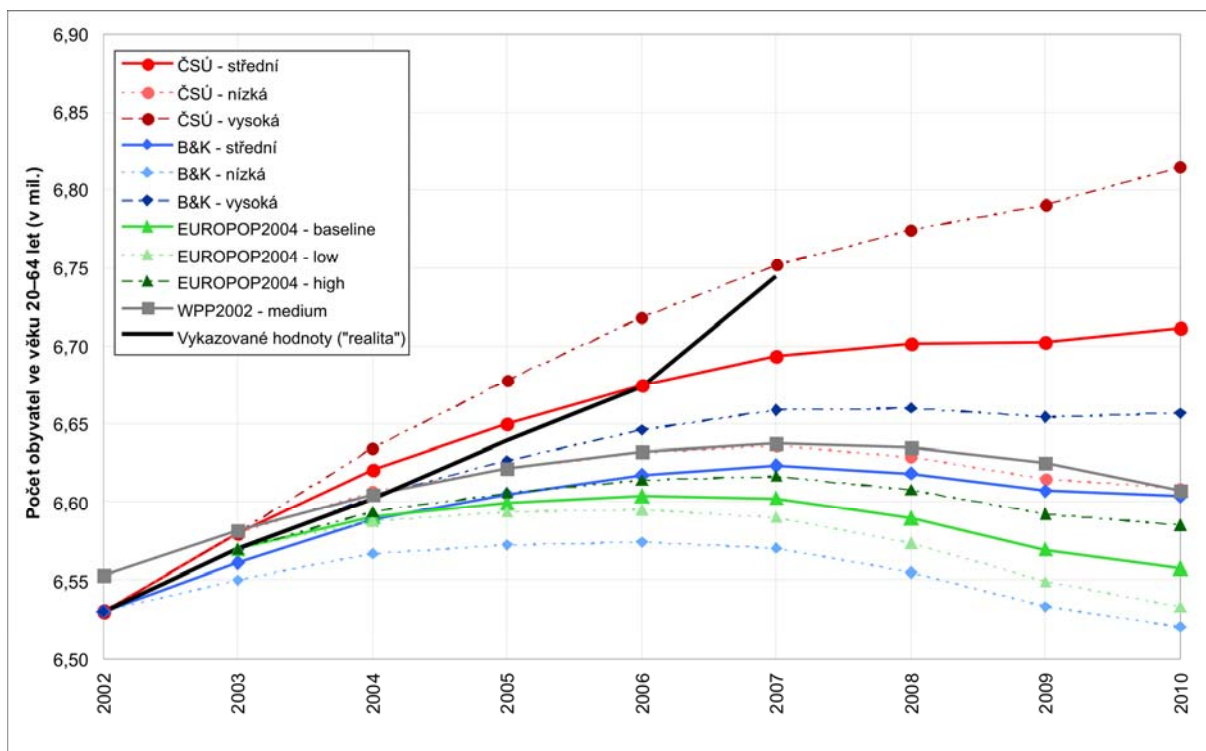
zvýšený přírůstek je tvořen především migračním saldem. Zvýšená porodnost se však na odchylkách oproti prognózovanému vývoji projevuje také, jelikož hodnota úhrnné plodnosti v roce 2007 činila 1,44 dítěte na jednu ženu, zatímco v optimistických variantách studovaných prognóz byla tato hodnota o přibližně desetinu nižší. Ve výsledném počtu se tak rodí více dětí, než bylo předpokládáno, což dokazuje i obr. 4., z něhož je patrné, že všechny vysoké varianty se nejvíce blíží dosavadnímu vývoji počtu obyvatelstva ve věkové kategorii 0–4 let.



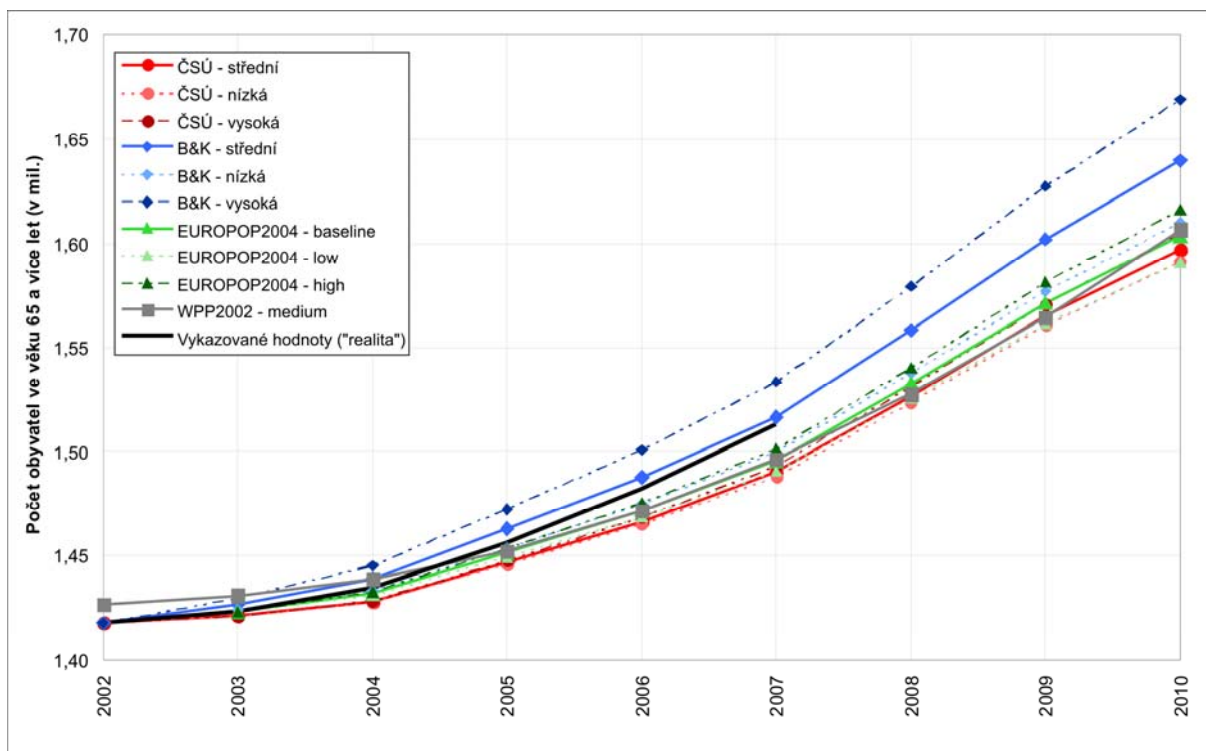
Obr. 4: Porovnání počtu osob ve věku 0–4 let k 31. 12. každého roku dle jednotlivých variant studovaných prognóz a vykazovaných hodnot (reality)

Zvýšený přírůstek obyvatelstva lze také sledovat u populace produktivních osob. V této věkové kategorii se jedná především o vyšší počet imigrantů, jejichž hlavním důvodem přistěhování do Česka je práce nebo studium (Bartoňová, 2007). Proto se jedná především o osoby v produktivním věku, kdy by se dalo konstatovat, že typickými imigranty do Česka jsou muži ve věku 30–34 let, kteří zaujímají téměř 9% podíl z celkového počtu cizinců na území České republiky (tamtéž). Obr. 5 pak vcelku jasně dokládá nenadálé zvýšení počtu osob v produktivním věku a počet obyvatel se tak v roce 2007 téměř ztotožnil s vysokou variantou ČSÚ, přičemž lze však předpokládat, že v následujících několika letech bude i tento údaj nad všemi prognózovanými hodnotami.

U počtu seniorů, resp. osob ve věku 65 a více let, je situace odlišná. U seniorů se nepředpokládá vysoká migrační aktivita co do zahraniční migrace (intenzita vnitřní migrace naopak s věkem u seniorů stoupá (tamtéž), přičemž ale vnitřní migrace u prognózy na republikové úrovni nehraje žádnou roli), proto i počet osob v poproduktivním věku odpovídá více méně prognózovaným hodnotám jednotlivých variant studovaných prognóz, přičemž nejvíce se blíží střední variantě autorů Burcina a Kučery, což dokládá obr. č 6.



Obr. 5: Porovnání počtu osob ve věku 20–64 let k 31. 12. každého roku dle jednotlivých variant studovaných prognóz a vykazovaných hodnot (reality)



Obr. 6: Porovnání počtu osob ve věku 65 a více let k 31. 12. každého roku dle jednotlivých variant studovaných prognóz a vykazovaných hodnot (reality)

Pokud by se měl vyslovit závěr, které varianty studovaných prognóz se nejvíce přibližují doposud vykázanému stavu populace České republiky, tak na základě absolutních počtů osob, a to jak celkem, tak podle hlavních věkových kategorií, lze konstatovat, že

současný populační vývoj České republiky se blíží spíše vysokým variantám předpokládaného vývoje jednotlivých prognóz. Zhodnocení počtu obyvatel jednotlivých prognóz pomocí absolutních odchylek však není tím nejlepším řešením, ačkoliv většina uživatelů bude takto postupovat. Při podrobnějším srovnávání prognóz je např. třeba respektovat různé roky sestavení těchto prognóz a tedy i různé výchozí poznatky autorů o dosavadním vývoji, neboť každá z prognóz je sestavena na základě vědeckého poznání předchozího demografického vývoje dostupného v době vzniku prognózy (Kučera, 1998). I proto je vhodné kromě základního porovnání absolutních výsledků užít pro hodnocení přesnosti populačních prognóz alespoň některé jednoduché analytické postupy.

Keyfitzův index kvality predikce

Keyfitzův index kvality predikce byl pro potřeby tohoto příspěvku počítán podle nejjednodušší podoby navrhovaného vzorce (Keyfitz, Caswell, 2005; Keyfitz, 1972, cit. podle Kuijsten, 1993). Princip výpočtu vychází ze snahy vyjádřit nepřesnost prognózy vzhledem k nějakému stanovenému standardu (standardní hodnotě) (tamtéž). Za standard může být zvolena výchozí populace, projekce vytvořená na základě nějakých předpokladů (např. neměnnost parametrů plodnosti a úmrtnosti) anebo v nejjednodušším případě může být touto standardní hodnotou zvolena nula (tamtéž). Jak bylo řečeno, využijeme nejjednodušší možný přístup a za standard zvolíme nulu. Po dosazení do vzorce se hodnota indexu učí již velmi snadno:

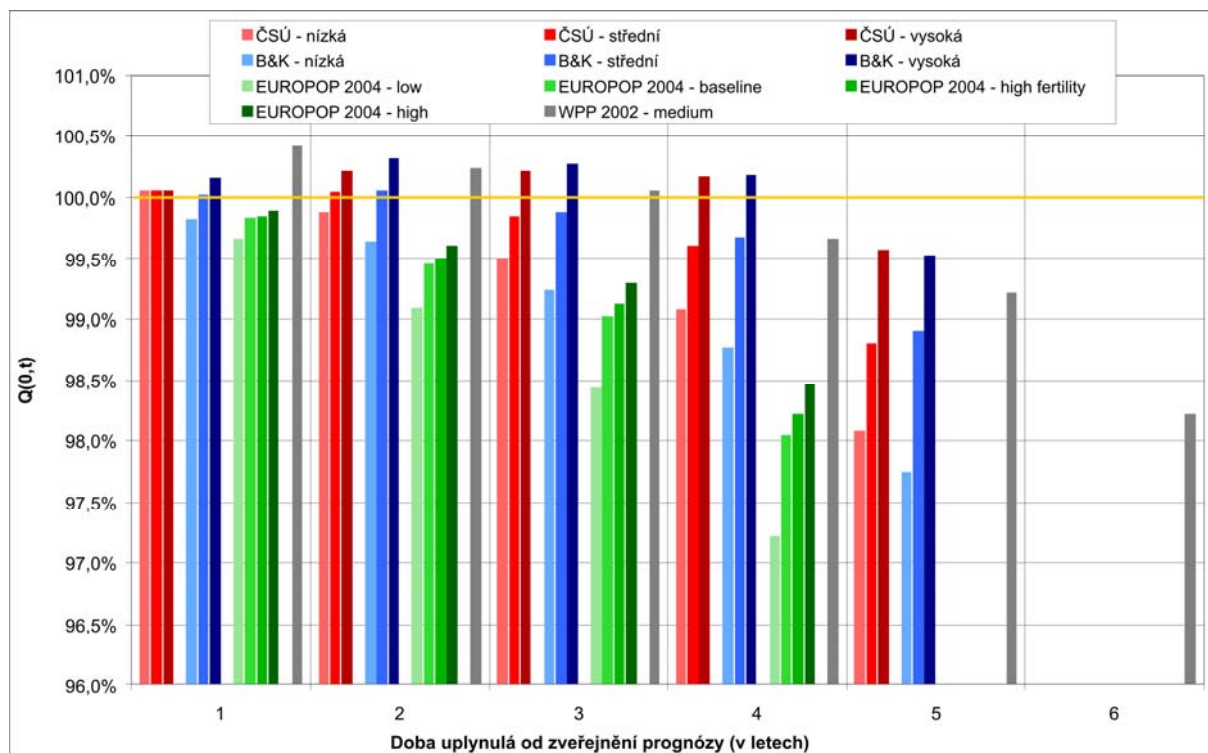
$$Q(b,t) = \frac{P(t) - b}{R(t) - b}, \quad (1)$$

kde $Q(b,t)$ je index kvality predikce v čase t pro zvolenou hodnotu standardu b (v našem případě tedy $b = 0$), $P(t)$ je prognózovaná hodnota pro rok t a $R(t)$ je skutečná hodnota dosažená v roce t . Takto formulovaný index je možné počítat jak pro celkový počet obyvatel, tak i pro různě vymezené skupiny (podle věku, pohlaví, aj.), podle kterých je prognóza počítána. Ve chvíli, kdy za standardní hodnotu uvažujeme nulu, se vzorec zjednoduší na podíl predikované a reálně vykazované hodnoty. Pro přehlednost ho lze vyjadřovat i v procentech.

Do hodnocení vstupovaly prognózy ČSÚ, B&K (první prognózovaný rok 2003), prognóza Eurostatu EUROPOP 2004 (první prognózovaná data za rok 2004) a prognóza OSN World Population Prospects 2002 (první prognózovaný rok je rok 2002). V současnosti již dostupná prognóza VŠE nebyla do hodnocení zahrnuta, neboť by bylo možné index počítat jen za jeden projektovaný rok, a to rok 2007, protože prognóza za rok 2006 obsahuje data vykazovaná v bilanci obyvatelstva Českým statistickým úřadem.

Čas t ve vzorci budeme uvažovat jako čas, který uplynul od zveřejnění prognózy, nikoli jako konkrétní kalendářní rok, přestože při interpretaci výsledků je třeba oba tyto pohledy kombinovat.

Prvotní představu o celkové přesnosti hodnocených prognóz si lze udělat na základě indexu kvality predikce počítaného za celkový počet obyvatel. V čitateli tedy pro všechny hodnocené prognózy bude predikovaný celkový počet obyvatel a ve jmenovateli skutečný počet obyvatel (vykazovaný Českým statistickým úřadem).

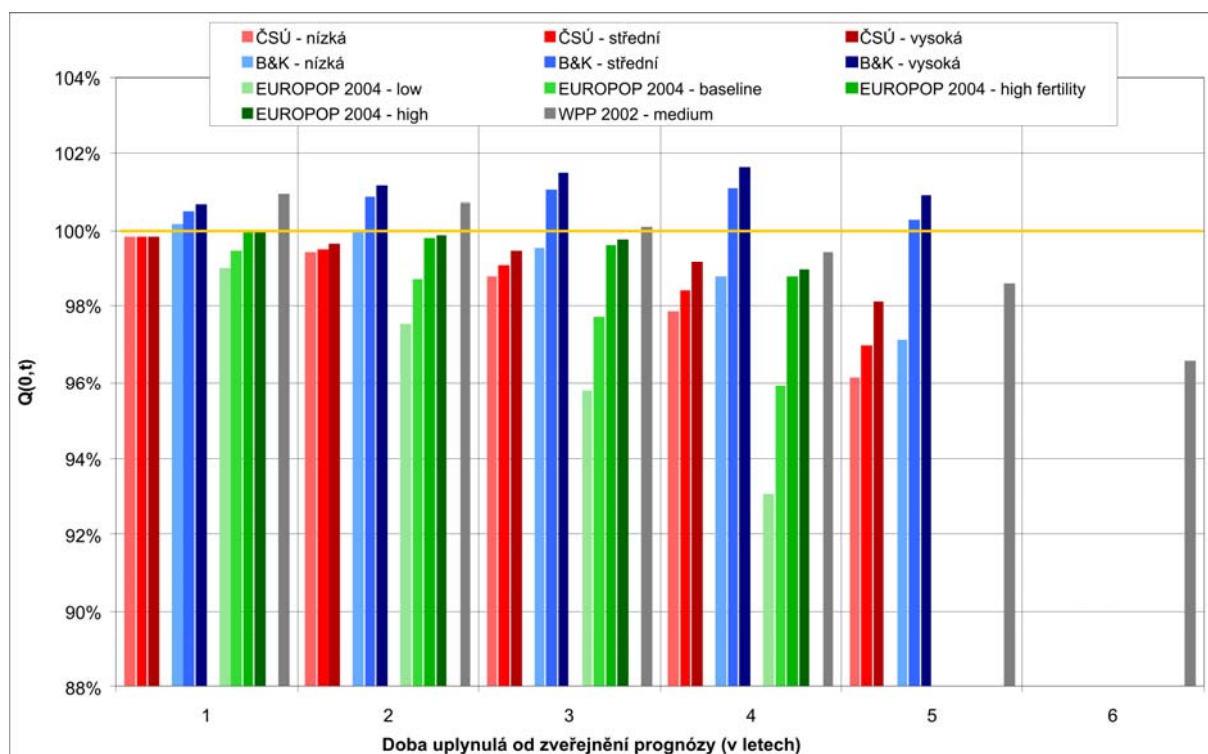


Obr. 7: Keyfitzův index kvality predikce podle doby uplynulé od zveřejnění prognózy, celkový počet obyvatel ČR

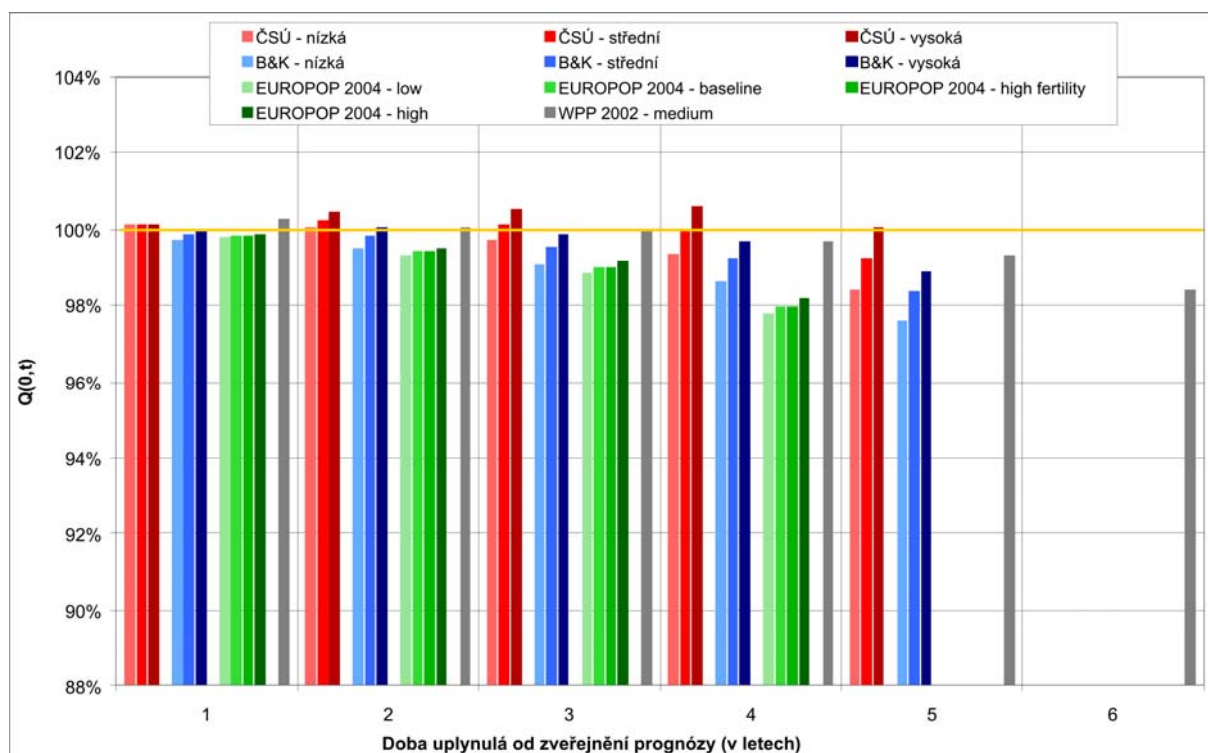
Z obrázku 7 je patrná poměrně dobrá přesnost vysokých variant prognózy ČSÚ a B&K v době 4–5 let od přípravy prognózy. Střední varianty obou těchto prognóz ztrácí na přesnosti zhruba po třech letech od jejich uveřejnění. Přesnost prognózy EUROPOP 2004 klesá v čase téměř lineárně. V zásadě u všech prognóz je patrný výrazný pokles přesnosti v posledním hodnoceném roce, což je u všech rok 2007. Nicméně v tomto roce se většina hodnocených prognóz a jejich variant pohybuje do 2% odchylky od skutečných dat vykazovaných Českých statistickým úřadem. Lehce pod 98% přesnost klesá jen nízká varianta prognózy B&K a ještě o něco výrazněji nízká varianta EUROPOP 2004.

Celkový počet obyvatel je však ne vždy to, co uživatele prognóz zajímá nejvíce. Často potřebují získat představu o vývoji některých základních věkových skupin obyvatelstva. Pro potřeby základního hodnocení v tomto příspěvku jsme zvolili tři věkové kategorie – do 15 let, od 15 do 64 let a nad 65 let. Prognózované počty osob v těchto kategoriích byly opět pomocí Keyfitzova indexu kvality predikce porovnány se skutečně vykazovanými počty.

Pokud do hodnocení zahrnujeme jen konkrétně vymezené věkové skupiny, a ne celkový počet obyvatel, přesnost odhadu vyjádřená pomocí indexu kvality predikce nepochybně klesne. Z grafu na obrázku 8 je patrné podhodnocení dětské složky. To se může negativně promítat do případných odhadů potřebných kapacit vzdělávacích zařízení, apod. Nejbliže u hranice absolutní přesnosti se po pěti letech od zveřejnění pohybují střední a vysoká varianta B&K, přesnost ostatních prognóz v čase poměrně rychle klesá, což se týká jak prognózy ČSÚ, tak zahraničních prognóz. Nepřesnosti jsou z velké části dány podhodnoceným odhadem porodnosti, z části se může promítat i nepřesný odhad migrace nebo úmrtnosti dětí.



Obr. 8: Keyfitzův index kvality predikce podle doby uplynulé od zveřejnění prognózy, věková skupina 0–14 let, ČR

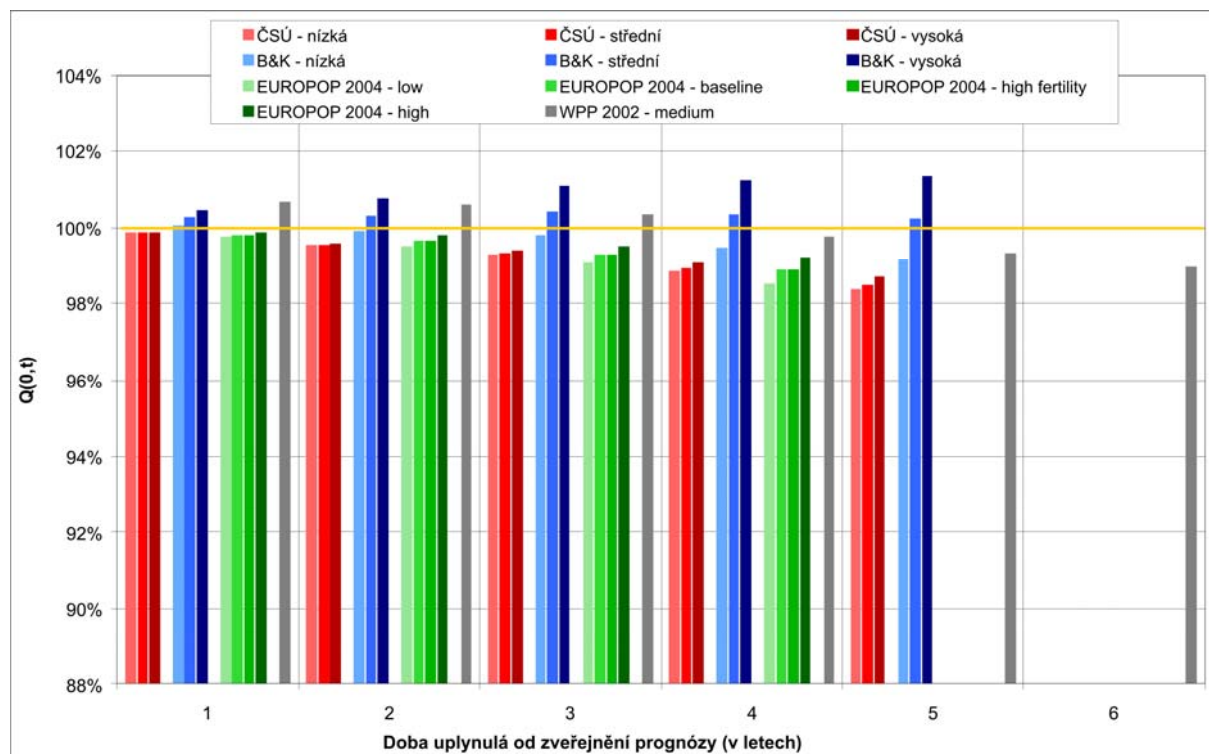


Obr. 9: Keyfitzův index kvality predikce podle doby uplynulé od zveřejnění prognózy, věková skupina 15–64 let, ČR

Pokud zaměříme pozornost k osobám v produktivním věku, pro potřeby hodnocení vymezenému věky 15 až 64 let, pak opět jen některé varianty hodnocených prognóz klesají v přesnosti pod hranici 98 %. V jednotlivých letech narůstající podhodnocení je patrné u prognózy EUROPOP 2004. Po pěti letech od zveřejnění se u hranice 100 % stále pohybuje vysoká varianta ČSÚ, překvapivě relativně přesný je i odhad OSN. Případné odchylky

v počtech osob v této věkové skupině jsou dány především vývojem migrace a v menší míře i úmrtnosti. Odhady plodnosti v takto krátké době po přípravě prognózy ještě nehrají roli, neboť osoby v této věkové skupině jsou v době výpočtu prognózy již narozeny.

Poslední hodnocenou věkovou skupinou jsou osoby ve věku 65 a více let, tedy především osoby v důchodovém věku, které jsou z velké části také příjemci dávek důchodového pojištění. Při tolik diskutované přípravě důchodové reformy by právě předpokládaný vývoj počtu osob v tomto věku měl být středem zájmu.



Obr. 10 Keyfitzův index kvality predikce podle doby uplynulé od zveřejnění prognózy, věková skupina 65 a více let, ČR

Právě vzhledem k aktuální potřebě znalosti početního vývoje této věkové skupiny je třeba si uvědomit, že téměř všechny varianty uvažovaných populačních prognóz tento počet podhodnocují. Uživatelé těchto prognóz musí s tímto faktem uvažovat. Pouze střední a vysoká varianta prognózy B&K počet osob v důchodovém věku odhadovaly v posledních pěti letech téměř přesně, u vysoké varianty je patrné dokonce mírné nadhodnocení. Nepřesnosti vyplývají především z odhadu vývoje úmrtnosti osob v tomto věku a případně i jejich migrace. Porodnost pochopitelně roli nehraje.

Jak je patrné ze všech uvedených grafů, přesnost odhadu nejstarších osob je u všech hodnocených prognóz největší, naopak odhady jsou nejvíce vychýleny u nejmladší věkové skupiny. Ve všech případech lze konstatovat, že odhady z českých prognóz jsou méně nepřesné. Zároveň je patrný nárůst odchylky v posledním prognózovaném roce, tedy v roce 2007. Tento nárůst podhodnocení se potvrdil především u nejmladší věkové skupiny, nepřesnost naopak u nejstarší věkové skupiny narůstá v závislosti na době uplynulé od zveřejnění prognózy

Závěr

Článek se pokusil pouze o základní zhodnocení přesnosti vybraných populačních prognóz vztahujících se k České republice. V první části byly představeny základní absolutní odchylky počtů obyvatelstva jak mezi jednotlivými variantami studovaných prognóz, tak také

jejich odlišnosti od dosavadního vykazovaného vývoje. Z uvedených výsledků je pak nutné především uvést tu skutečnost, že všechny studované prognostické varianty nepředpokládaly v době svého sestavení zvýšený přírůstek obyvatelstva, kterého je v současné době Česká republika svědkem. Tento přírůstek je tvořen převážně vysokými hodnotami migračního salda a o něco méně také zvýšenou úrovní porodnosti. I proto se nejvíce současnému vykazovanému stavu počtu obyvatelstva blíží vysoké varianty prognóz, a to především těch, které pocházejí od českých autorů (ČSÚ a B&K). Ve druhé části byl představen jednoduchý nástroj umožňující základní posouzení přesnosti odhadů populačních prognóz – Keyfitzův index kvality predikce. Pomocí něj jsme zhodnotili jak přesnost odhadu celkového počtu obyvatel, tak obyvatel ve třech vymezených věkových skupinách. Výsledky potvrzují, že přesnost odhadu klesá v průměru v závislosti na době uplynulé od výpočtu prognózy, u nejmladší věkové skupiny však došlo k výraznému podhodnocení v roce 2007, což je dáno větším počtem skutečně narozených, než prognózy předpokládaly. Tento pokles plodnosti výrazně ovlivnil i celkovou přesnost počítanou za celkový počet obyvatel ČR. Celkově se i tímto nástrojem hodnocení přesnosti prognóz potvrdilo, že české prognózy obecně vykazují větší přesnost než prognózy zahraniční, avšak ani české prognózy nedokázaly odhadnout nárůst počtu narozených a imigrantů v posledních letech.

Literatura

- BARTOŇOVÁ, D. 2007. Migrace. In: Fialová, L. (ed.): Populační vývoj České republiky 2001–2006. Praha: KDGD PřF UK, 2007. 114 s. ISBN 978-80-86561-77-6.
- BURCIN, B. – KUČERA, T. 2003. Perspektivy populačního vývoje České republiky na období 2003–2065. Praha: DemoArt, 2007. 29 s. ISBN 80-86746-01-1.
- BURCIN, B. – KUČERA, T. 2004. Nová kmenová prognóza populačního vývoje České republiky (2003–2065). In: Demografie, roč. 46, 2004, s. 100–111.
- BURCIN, B. – KUČERA, T. 2004. Prognóza populačního vývoje České republiky (2003–2065). Upravená, nepublikovaná data.
- ČESKÝ STATISTICKÝ ÚŘAD. 2004. Projekce obyvatelstva ČR do roku 2050. Praha: ČSÚ, 2004. Dostupné na WWW: <http://www.czso.cz/csu/2003edicniplan.nsf/p/4020-03>; staženo dne 2008-10-20.
- EUROSTAT. 2003. EUROPOP2004 – Trend scenario, national level. Dostupné na WWW: http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page?_pageid=1996_45323734&_dad=portal&_schema=PORTAL&screen=welcomeref&open=/populat/proj/proj_trend&language=en&product=EU_MASTER_population&root=EU_MASTER_population&scrollto=0; staženo dne 2008-10-20.
- KEYFITZ, N. – CASWELL, H. 2005. Applied Mathematical Demography. Third Edition. New York: Springer, 2005. 555 s. ISBN 0-387-22537-4.
- KRETSCHMEROVÁ, T. – ŠIMEK, M. 2004. Projekce obyvatelstva České republiky do roku 2050. In: Demografie, roč. 46, 2004, s. 100–111.
- KUIJSTEN, A. C. 1993. Keyfitz's „Quality of Prediction Index“. In: Bogue, D. J., Arriaga, E. E., Anderton, D. L.: Readings in Population Research Methodology : Volume 5 : Population Models, Projections and Estimates. United Nations Population Fund, 1993, s.17–39.

KUČERA, T. 1998. Regionální populační prognózy: teorie a praxe prognózování vývoje lidských zdrojů v území. Disertační práce. Praha: Katedra demografie a geodemografie PřF UK, 1998.

OSN. 2003. World Population Prospects. The 2002 Revision. CD-ROM.

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE. 2007. Data populační prognózy vytvořené jako součást projektu RELIK. Nepublikovaná data.

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE. 2007. Prognóza lidského kapitálu obyvatelstva České republiky do roku 2050. Praha: Oeconomica, 2007. 105 s. ISBN 978-80-245-1317-1.

Adresy autorů:

Luděk Šídlo, Mgr.
Přírodovědecká fakulta UK v Praze,
Katedra demografie a geodemografie
Albertov 6
128 43 Praha 2
ludek.sidlo@gmail.com

Klára Tesárková, Mgr.
Přírodovědecká fakulta UK v Praze,
Katedra demografie a geodemografie
Albertov 6
128 43 Praha 2
klara.tesarkova@gmail.com